

## **Enseñanza del tema de límite y continuidad de funciones de varias variables en el medio virtual**

**María del Carmen Varela  
Elena D. Nesterova**

### **Resumen**

Se presenta el desarrollo y experimentación de una propuesta didáctica para la enseñanza del tema de límite y continuidad de funciones de varias variables en el curso de Cálculo Superior a distancia de la Maestría en Ciencias en Enseñanza de las Matemáticas con el empleo del medio virtual de Intranets. Se sistematiza la aplicación de este modelo con la elaboración del programa y guía de estudios, materiales didácticos acordes al tema, desarrollo de clases en el medio virtual, la organización de trabajo independiente e individual y grupal y una de las metas fue evaluar el efecto que produce la propuesta didáctica para la enseñanza del tema sobre el aprendizaje de los estudiantes.

Se realizó una investigación descriptiva con el estudio por encuestas para evaluar el funcionamiento y calidad de la propuesta. El material educativo de multimedia permitió clasificar, planificar y orientar actividades que pudieran ser eficientes a los alumnos, se complemento con el aprendizaje colaborativo que fue útil en dominios complejos lo cual es difícil de asimilar de manera individual.

### **Introducción**

En el presente reporte se describen los resultados de la investigación sobre el desarrollo y experimentación de una propuesta didáctica para la enseñanza del tema de límite y continuidad de funciones de varias variables en el curso de Cálculo Superior a distancia. La investigación fue realizada para contribuir al desarrollo de la modalidad a distancia en la Maestría en Ciencias de la Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad de Guadalajara, promover los procesos de planeación que propicien el aprendizaje colaborativo y apoyar el proceso de enseñanza y de aprendizaje con recursos tecnológicos innovadores.

La experimentación se realizó con empleo de diferentes recursos del medio virtual de Intranet <http://ecdif.intanets.com> (correo electrónico, foros de discusión y transmisión de archivos con materiales didácticos y tareas), en el mes de marzo de 2003. Para las bases teóricas de investigación se tomaron en cuenta los principios del trabajo colaborativo y las consideraciones que el entorno de aprendizaje electrónico reúne características adecuadas para la colaboración. Las Tecnologías de la Información abren nuevas perspectivas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a distancia, agilizan la comunicación asíncrona entre estudiantes y profesores y proporcionan recursos interactivos al estudiante. Por un lado el estudiante puede acceder a espacios interactivos, por otro lado se adecua, dinámicamente, el material de estudio al nivel y características personales del estudiante.

La planeación del proceso de enseñanza, materiales didácticos, foro de discusión de Intranet y las actividades del profesor y estudiantes se consideraron como elementos más influyentes al aprendizaje de los alumnos.



### **Contexto**

El ambiente de nuevas tecnologías y la necesidad de realizar una actualización docente requieren promover el desarrollo educativo, con la utilización de medios de educación a distancia se propone la enseñanza y el aprendizaje de un modelo virtual. Modelo que se implementa a profesores que se dedican a la enseñanza de las matemáticas del nivel superior y que por su situación geográfica no es posible realizar de manera presencial, la oportunidad de comunicarse en tiempos y espacios diferentes, se considera flexible para el estudiante y también una nueva alternativa de aprendizaje.

El fácil acceso de este recurso permite rescatar su potencialidad y ser una herramienta de fortalecimiento en el quehacer docente. La educación a distancia se orienta efectivamente al estudiante para que éste logre su conocimiento por la propia actividad. Su participación en el medio virtual queda registrada para dar continuidad y realizar análisis posteriores, que le permitan al profesor establecer actividades remediales a los estudiantes.

La actualidad de la presente investigación se determina por la estrategia fundamental de la Universidad de Guadalajara para construir y mejorar los procesos educativos con mayor pertinencia, poner al día los modelos de aprendizaje de la institución, diversificar y mejorar ambientes y procesos de aprendizaje, aprovechando las posibilidades que la tecnología ofrece. Se pretende aportar los resultados de investigación al desarrollo institucional, mediante la innovación de las prácticas educativas, que aprovechen óptimamente recursos humanos, medios tecnológicos y las distintas modalidades educativas, que superen los problemas de tiempo y espacio que tanto limitan a las prácticas educativas tradicionales.

El objetivo general de la enseñanza del tema de límite y continuidad de funciones de varias variables es que los estudiantes aprenden el concepto de límite doble, sus propiedades, los métodos del cálculo y pueden aplicarlos en el estudio de la continuidad de las funciones de varias variables.

### **Antecedentes**

Se entiende que en la educación a distancia no se requiere del contacto físico entre profesor y alumno para que tenga lugar el proceso de la enseñanza y el aprendizaje. Con las nuevas tecnologías es como se implementa una página de Intranets con la cual parte de una planificación adecuada de los recursos y de una metodología que pueda favorecer el trabajo independiente, individual y sobre todo flexible para el estudiante pues posibilita la autonomía de tiempo, estilo y ritmo de trabajo.

En educación a distancia, el diseño de un ambiente de aprendizaje virtual no implica meramente trasladar al medio lo dispuesto para un trabajo tradicional, pues primordialmente debe propiciar los procesos de interacción, de manera que sean mas frecuentes que los que puedan ocurrir en forma presencial. El mejor diseño es aquel que incluye una gama de opciones para aprender el mismo tema con diferentes medios, tales como software, videos, programas multimedia, simuladores entre otros [1].

La Universidad de Guadalajara a través del Departamento de Matemáticas, Sección de Matemática Educativa del CUCEI ofrece desde el año 1997 la Maestría en Ciencias en la Enseñanza de las Matemáticas en modalidad a distancia en la que se atendió a un grupo de profesores de Lagos de Moreno del Centro Universitario de los Altos y se ha realizado el programa de Maestría en Ciencias en la Enseñanza de las Matemáticas a Distancia en el periodo 1999-2001 con el grupo de SLP. Este último realizó su estudio en





el medio virtual de Intranets (<http://matedu.intranets.com>). Desde el año 2000 los investigadores de la Maestría en Ciencias en la Enseñanza de las Matemáticas estudian los problemas de enseñanza de las matemáticas en el medio virtual de Intranet [1].

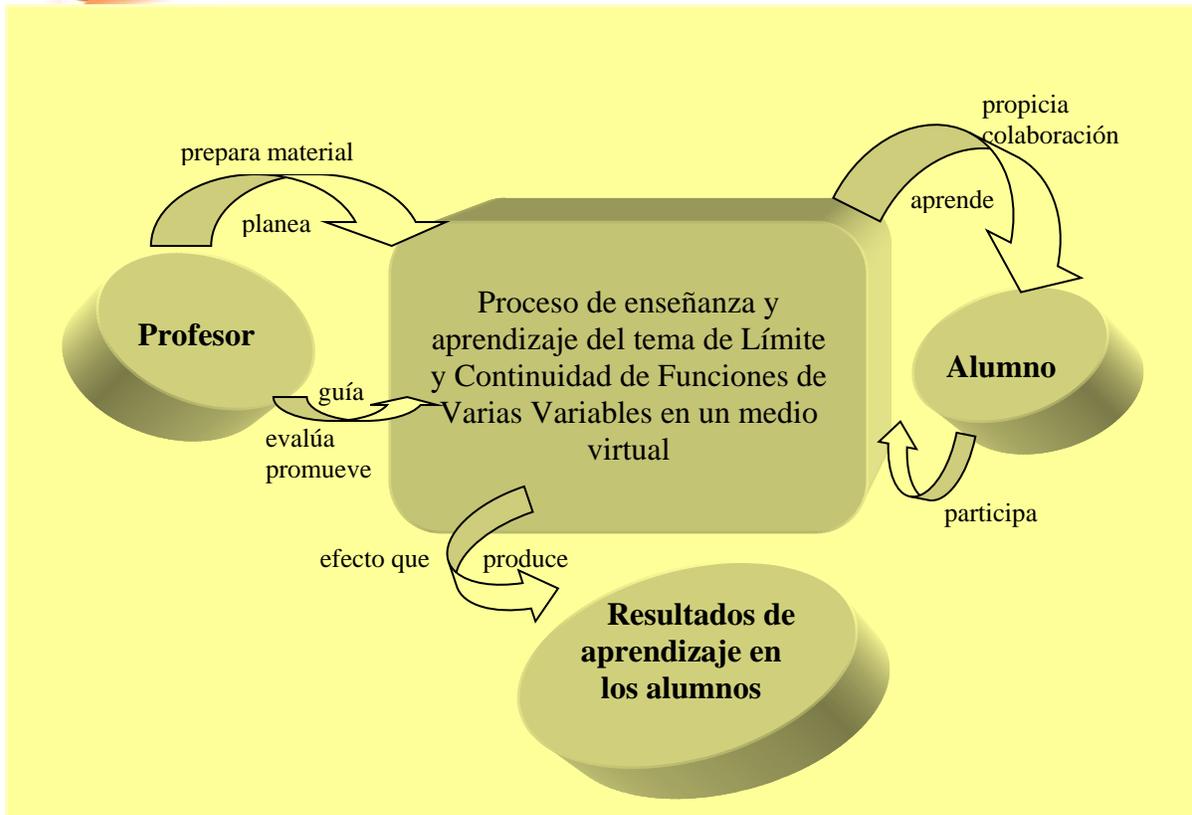
La tecnología educativa adecuada a las necesidades y demandas de la sociedad que se desarrolla en la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas a Distancia de la Universidad de Guadalajara consiste en la ordenación operativa de todo un sistema de actividades de enseñanza y de aprendizaje con el fin de alcanzar objetivos previamente fijados [2]. El medio virtual de Intranet es un ambiente de aprendizaje bien organizado donde el asesor a distancia pretende que el estudiante desarrolle sus habilidades adicionales a las de saber transmitir eficazmente.

Las dificultades asociadas con la conceptualización del límite, se han investigado con base a la noción de “obstáculo epistemológico” introducido por Bachelard y disertadas por Artigue [3]. En la base de la Ingeniería Didáctica. En sus investigaciones muestra que el cálculo se puede enseñar de manera mecánica hasta la resolución de algunos problemas estándar, la deficiencia se muestra al adentrarse al verdadero campo del cálculo y hacerlo alcanzar una comprensión satisfactoria como lo son conceptos y métodos del pensamiento. Otra tendencia que es notoria, se refiere cuando el tema es tratado de manera formal, lo que generalmente lleva a la falta de comprensión de las ideas fundamentales del cálculo por parte del alumno, ya que este se pierde en la precisión matemática, demostraciones y lenguaje formal [4].

El objetivo fue diseñar una propuesta didáctica para la enseñanza del tema de límite y continuidad de funciones de varias variables para el curso de Cálculo Superior en la modalidad a distancia con la aplicación del medio virtual Intranets y evaluar su efecto sobre el aprendizaje de los estudiantes en la Maestría en Ciencias de la Enseñanza de las Matemáticas.

Como hipótesis se tiene la aplicación de la propuesta didáctica (material didáctico, las actividades de aprendizaje, el trabajo colaborativo y la comunicación asíncrona en los foros) para la enseñanza del tema de límite y continuidad de funciones de varias variables en el medio virtual produce un efecto positivo sobre el aprendizaje de los estudiantes.





Al llevar a efecto la realización de esta investigación documental en el medio virtual, se analizaron los elementos considerados para la elaboración de la propuesta didáctica de enseñanza del tema de límite y continuidad de funciones de varias variables, a partir de los aspectos teóricos, los principios de enseñanza y aprendizaje, la metodología, la obtención de resultados, la implementación de material didáctico, su interacción en un medio virtual y la socialización del estudiante en el trabajo colaborativo, con el propósito de crear elementos de calidad y que pudieran en un momento dado ser potencialmente significativos en el aprendizaje del alumno.

### **Breve reseña histórica sobre el concepto de límite**

Los orígenes del cálculo se remota por lo menos 2500 años, con lo antiguos griegos, es con esta invención que resuelven de manera simultánea y entrelaza dos problemas matemáticos muy antiguos. El problema de las cuadraturas y el problema de las tangentes que representan la abstracción de un amplio conjunto de situaciones matemática como de la ciencia en general.

El concepto matemático de Límite es una noción particularmente difícil, típica de la clase de pensamiento requerido en matemáticas avanzadas. Ocupa una posición central que fundamenta los principales conceptos del Cálculo Diferencial e Integral y del Análisis Matemático [5].

La noción actual de Límite por otro lado puede ser considerado como un concepto verbal, una definición dada en términos de palabras y símbolos (tales como número, sucesión infinita, menor y mayor que, etc.) sin considerar una visualización mental, sino



sólo siendo definida en términos primarios. Esto no significa que el concepto de Límite no pueda ser explicado con otras palabras, o que sea otro el Límite en la experiencia empírica. Simplemente la definición actual no apela a la intuición o percepción sensorial [6].

El cimiento del Cálculo se estableció en los Límites y a fines del siglo XIX se extendió el uso de los argumentos épsilon-delta. En los textos en uso, después de la reforma del Cálculo de los Estados Unidos de 1987, el Límite se presenta de manera informal y después se procede a definirlo formalmente, considerando teoremas sobre unicidad y operaciones aritméticas aplicadas a los límites, más que el análisis del concepto.

### **Material didáctico para la enseñanza en el medio virtual**

El uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación favorece el desarrollo de materiales didácticos. Esta documentación involucra formas de intercambio informativo, nuevos sistemas e interfaces para almacenamiento y recuperación de información, también permite nuevas formas de indagación. Pueden ser contenidos que motiven y sean fáciles de usar para el alumno. La parte más compleja de este tipo de material es la que afecta al profesor pues el proceso de diseño y desarrollo de éstos es mucho más complejo que el diseño y desarrollo de materiales escritos. El diseñar materiales que no cuenten con ningún referente de los potenciales usuarios y no tener una concepción clara de los objetivos que se pretenden alcanzar pueden generar una confusión en los alumnos y disminuir la efectividad al proceso de formación.

Algunos aspectos fundamentales que un docente debe tener en cuenta si trata de utilizar el método de aprendizaje colaborativo es la elección del contenido del material didáctico apropiado. Es necesario que se seleccione aquel contenido que pueda ser sujeto de debate y de colaboración, hacia la construcción de nuevos conocimientos por parte del alumno. Si no se tiene un tema que sea interesante y apropiado hacia el método colaborativo ocasionaría que fracasase rápidamente.

A diferencia de los textos, en los cuales la lectura se realiza en forma secuencial desde el principio hasta el final, en un medio virtual la "lectura" puede realizarse con un hipertexto en forma no lineal, y los usuarios no están obligados a seguir una secuencia establecida, sino que pueden moverse a través de la información y hojear intuitivamente los contenidos por asociación, siguiendo sus intereses en búsqueda de un término o concepto.

El hipertexto ha sido definido como un enfoque para manejar y organizar información, en el cual los datos se almacenan en una red de nodos conectados por enlaces. Los nodos pueden contener textos, gráficos, imágenes, audio, animaciones y video, así como código ejecutable u otra forma de datos se les da el nombre de hipermedio, es decir, una generalización de hipertexto.

### **Enseñanza en el medio virtual**

Los ambientes colaborativos de enseñanza utilizan la inteligencia artificial, las tecnologías de *groupware*, *workflow* y agentes, las redes de computadoras y las telecomunicaciones, para generar ambientes virtuales de enseñanza y, en general, de trabajo, en los que interactúan diversas personas [7].

La enseñanza en el medio virtual es crear un ambiente que les permita discutir, evaluar y resolver problemas, al complementar su trabajo con tareas individuales. El





trabajo de equipo requiere de un proceso de aprendizaje tanto por parte de los miembros del equipo como del instructor.

Así surgen otros programas de instituciones de educación superior en todo el mundo usando medios didácticos muy parecidos ya que las nuevas opciones tecnológicas aplicadas a la educación de la informática y telecomunicaciones contribuyen al desarrollo de esta modalidad que hoy ya se conoce como la universidad virtual.

Uno de los roles principales del profesor es determinar cuales son las estrategias que permitirán desarrollar sus funciones en un entorno de estas características. Además, el docente debe contar necesariamente con un buen dominio de la tecnología como mínimo de usuario, para poder desarrollar su función en un entorno tecnológico, buscar la creatividad e innovación que le de la capacidad de comprender todos los aspectos técnicos.

La estructura operativa cuenta con cuatro componentes virtuales del proceso de enseñanza – aprendizaje: el conocimiento, la asesoría, colaboración y experimentación. También se cuenta con herramientas computacionales hacia la planeación, seguimiento y evaluación de actividades realizadas por el alumno, de los grupos de trabajo y de los asesores. Hay control para configurar a la medida el aprendizaje y grupos de trabajo, donde se comparte y enriquecen el conocimiento con las prácticas que se derivan de la aplicación y experimentación.

Con la participación en foros de discusión (asíncronos) y chats (síncronos) se plantean preguntas o problemas que van quedando registrados en diferentes hilos de conversación, se realizan votaciones, consensos, teleconferencias o telejuntas.

### ***Perspectivas teóricas***

Tradicionalmente a los estudiantes se les enseñan procedimientos a través de ejercitación y de manera separada de la parte conceptual [8]. Ante esta situación tradicional hoy en cambio emergen concepciones que consideran la actividad matemática en un sentido más amplio que toma en cuenta la motivación, la afectividad, la imaginación, la comunicación, los aspectos lingüísticos o de representación. Un reto para los educadores matemáticos es transformar la visión tradicional rígida de las propuestas curriculares en planes y programas que fomenten entre los estudiantes el empleo de la tecnología como herramienta en la promoción de los procesos propios de la disciplina.

En la enseñanza a distancia se considera la producción y presentación de los contenidos, formación de equipos de trabajo, distribución de tareas y organización de las actividades de aprendizaje. Un aspecto central en la enseñanza está constituido por la organización de las interacciones de los alumnos entre sí y con el profesor que se articulan específicamente en el área y en función de contenidos determinados.

[9] Plantea que no basta con que los alumnos resuelvan problemas, deben aprender también a plantear preguntas, a construir y utilizar un lenguaje, a formular razonamientos, a dar prueba de sus conclusiones, a distinguir en qué situaciones un conocimiento es útil y en cuáles no, deben aprender, en fin “las reglas sociales del debate y de la toma de decisiones pertinentes.

Para que los alumnos entren en un funcionamiento el profesor debe prever y diseñar un conjunto de actividades, fundamentalmente dirigidas a que los alumnos aprendan a realizar un trabajo independiente (leer y analizar las lecturas y bibliografía recomendada, a resolver problemas, realizar búsqueda de la información complementaria, etc.), a registrar su trabajo y comunicarlo, a analizar los errores y corregirlos, a asumir





responsabilidades en el proceso y en su evaluación. Estos objetivos pueden ser explícitos y se puede comprometer a los alumnos en reflexiones sobre el nivel de sus logros.

Estas actividades no pueden ser propuestas en el “vacío” sino que deben plantearse en torno a contenidos específicos. Desde el inicio, es necesario analizar qué tipo de actividad para qué tipo de contenido van a favorecer una articulación más afinada entre ambos aspectos. El docente necesita conocer muy bien el contenido de referencia, tener una representación de las posibles concepciones de los alumnos y saber también a través de qué medios va a hacer evolucionar los conocimientos producidos en dirección al saber al que se apunta. Las actividades colaborativas permiten a los alumnos [10]:

- apropiarse de las consignas de una situación: cada alumno, frecuentemente después de un tiempo de trabajo individual, expresa el modo en que ha interpretado el enunciado, lo que no ha entendido, lo que le recuerda, por ejemplo, la reformulación de otro alumno puede permitirle comprender mejor;
- confrontar las respuestas elaboradas individualmente, comprender las divergencias eventuales para ponerse de acuerdo en una respuesta única;
- comunicar su método o su solución y defenderlos contra las proposiciones diferentes si se juzga necesario;
- comprender el proceso de otro, ser capaz de descentrarse de su propia investigación, cuestionarla, interpellarla;
- apreciar los elementos positivos de caminos diferentes, evaluar el grado de generalidad de cada uno;
- identificar un procedimiento, un camino.

El material educativo de multimedia permite clasificar, planificar y orientar actividades que puedan ser eficientes a los alumnos, se complementa con el aprendizaje colaborativo que es útil en dominios complejos lo cual es difícil de asimilar de manera individual.

Si se cuenta con la preparación para percibir y asimilar los hechos e innovaciones tecnológicas, sociales y culturales articulados a los métodos de enseñanza y aprendizaje, se tendrá la incorporación y utilización efectiva de ambientes integrados de enseñanza, sin embargo se debe considerar que todavía existe el problema de la utilización de la nueva tecnología educativa, esto es fundamentalmente un problema tanto humano, organizacional y social.

Con la tecnología de la información se ha contribuido al proceso de consolidación a escala mundial, lo que ha dado muestra que científicos e investigadores en diversas áreas se preocupen por las cuestiones culturales para que no se pierdan a través de la ruptura provocada por el nuevo universo virtual.

De estadísticos, el aprendizaje de los conceptos y operaciones se evaluó con el coeficiente de eficacia de aprendizaje  $\gamma = \frac{P_f}{P_d}$  [11], donde

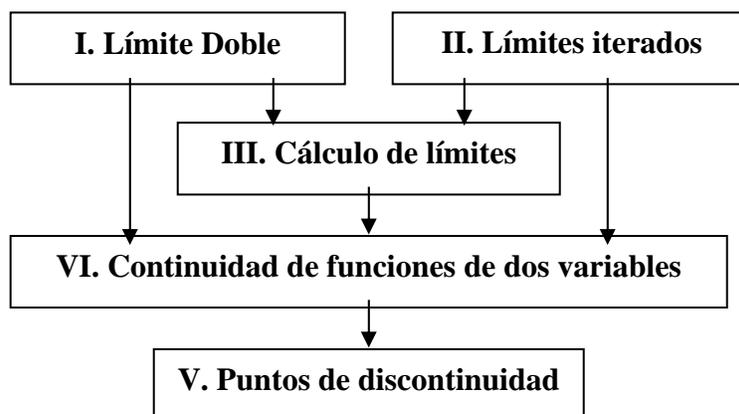
$P_d$  - coeficiente de aprendizaje de los conceptos y operaciones en el examen diagnóstico.

$P_f$  - coeficiente de aprendizaje de los conceptos y operaciones en el examen final.

Como fuentes de datos se utilizaron los documentos copiados directamente desde la página de Intranet (foro de discusión, tareas, exámenes y respuestas al cuestionario).



La producción de materiales consistió en capturarlos en Word y luego crear archivos pdf con software Acrobat y transferirlos a los formatos electrónicos como hipertextos. Se organizó y se presentó la información de acuerdo con esquema jerárquico para que los alumnos sin realizar grandes esfuerzos pudieran obtener la información requerida:



**Figura 1. Esquema jerárquico del tema de límite y continuidad.**

Antes de iniciar el experimento todos los materiales se subieron a las carpetas del curso Cálculo Superior situados en el medio virtual de Intranet (<http://ecdif.intranets.com>).

### **Evaluación**

Se elaboró el examen diagnóstico (Apéndice A). Para evaluar los conocimientos previos de los alumnos.

Para evaluar el aprendizaje de los alumnos en el tema de límite y continuidad de funciones de varias variables se elaboró el examen final (Apéndice E) y actividades diarias.

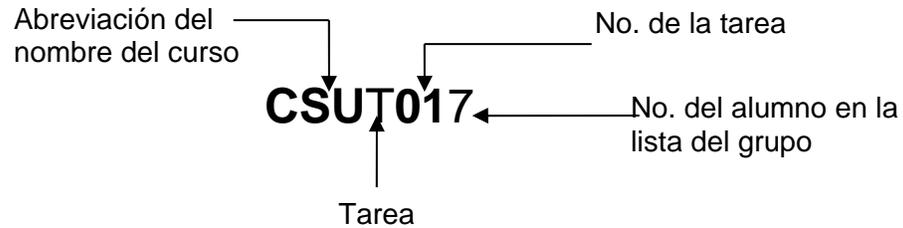
El análisis de las respuestas de los alumnos al cuestionario de opiniones permitió determinar su apreciación con respecto a la calidad del material didáctico y las actividades colaborativas.

Con el diseño de diagramas de discusiones, se visualizó la participación efectiva de los estudiantes y las repercusiones hacia el trabajo colaborativo del equipo.

El experimento se realizó en el medio virtual de Intranet (<http://ecdif.intranets.com>). Al iniciar la experimentación se abrió el foro de discusión y todos los alumnos obtuvieron el acceso a este foro y a las carpetas con todos los materiales del tema y para entregar las tareas resueltas. Se aplicó el examen diagnóstico.

En el foro de discusión se explicaron las condiciones y los objetivos del experimento y se aclararon las dudas de los alumnos sobre la experimentación y la guía de estudio.

Para facilitar la revisión de tareas se propuso la siguiente codificación de los archivos:



Durante todo el experimento los alumnos realizaron las actividades de acuerdo con el cronograma (Tabla 1).

Tabla 1. Cronograma de Actividades.

Tema	Actividades
I. Concepto de límite doble.	Trabajo con la bibliografía. Lectura 1. Solución de problemas del módulo I. Foro: Aclaración de dudas y discusión de conceptos y solución de problemas.
II. Límites iterados.	Trabajo con la bibliografía. Lectura 2. Solución de problemas del módulo II. Foro: Aclaración de dudas y discusión de conceptos y solución de problemas.
III. Cálculo de límites.	Trabajo con la bibliografía. Lectura 3. Solución de problemas del módulo III. Guía de estudio p. 8 Foro: Aclaración de dudas y discusión de conceptos y solución de problemas.
IV. Continuidad de funciones de dos variables.	Trabajo con la bibliografía. Lectura 4. Solución de problemas del módulo IV. Guía de estudio p. 8 Foro: Aclaración de dudas y discusión de conceptos y solución de problemas.
V. Puntos de discontinuidad.	Trabajo con la bibliografía. Lectura 5. Solución de problemas del módulo V. Guía de estudio p. 9 Foro: Aclaración de dudas y discusión de conceptos y solución de problemas.

Para realizar las actividades colaborativas se formaron equipos de tres integrantes. Los alumnos trabajaron con la bibliografía, lectura y la tarea en la forma individual. Este trabajo individual fue apoyado por los miembros del equipo y por el profesor en el foro con las actividades colaborativas.

El trabajo más difícil consistió en capturar las soluciones, por eso se recomendó distribuir la tarea para capturarla entre los miembros del equipo. Cada miembro del equipo resolvía todos los problemas de la tarea, pero capturaba y subía a la página una parte de la tarea, asignada a él por parte del equipo.



Los miembros del equipo revisaron las soluciones, comentaron errores y opinaron sobre las soluciones alternativas de sus compañeros del equipo. Luego cada uno hacía correcciones de su parte de acuerdo con los comentarios de sus compañeros y sustituyó la tarea antes entregada por la modificada para la revisión final por parte del profesor.

Al concluir el experimento se aplicó el examen final y un cuestionario para evaluar la calidad del material didáctico que permitió medir el aprendizaje de cada estudiante en el tema propuesto. Se bajaron y guardaron todas las tareas y exámenes resueltos y las aportaciones hechas en el foro de discusión.

### **Análisis de los resultados de aprendizaje**

Las tareas fueron realizadas por los estudiantes con instrucciones de la guía de estudio. Para determinar el puntaje se aplicó la misma estrategia utilizada en el examen diagnóstico. Se evaluaron los procedimientos de los ejercicios que los alumnos resolvieron tanto individual como de forma colaborativa en el foro de discusiones y la puntualidad de su entrega.

La prueba de hipótesis establece que el coeficiente de aprendizaje al obtener un valor menor de uno, se tendría un efecto negativo de la muestra. Si el valor del coeficiente de aprendizaje fue igual a 1, indicó que no se tuvo ningún efecto de los resultados obtenidos. De un valor mayor de uno, indicó que la prueba presentó un efecto positivo.

Los resultados del análisis de las tareas, se recabaron tomando en cuenta la resolución de ejercicios en los módulos propuestos del cuestionario contenido en la guía de estudios y se integró con los resultados de los exámenes.

Los temas del primer al tercer módulo que se estudiaron fueron del concepto y cálculo de límites, se hace mención que las tareas no fueron completamente resueltas por todos los alumnos, algunas faltaba argumentación y solo dos de los estudiantes lograron cubrir la mayoría de los procedimientos.

En el tema de continuidad de funciones de varias variables, fue difícil para los estudiantes la presentación gráfica, solo presentaban los ejercicios resueltos. El cuarto módulo redujo el coeficiente de aprendizaje por ser un tema más complejo y de mayor dedicación, requería de definir los puntos de discontinuidad y graficar la función. Para el quinto módulo se tiene un aumento, en el tema de discontinuidad de las funciones, se realizó avance con la retroalimentación obtenida de sus tareas en el foro de discusión.

Con los resultados arrojados del examen final, el cual contempló los temas desarrollados en los módulos de actividades diarias se percibe un aumento significativo de 0.85 lo cual define favorable la adquisición de aprendizaje en los alumnos de este curso.

El análisis aplicado en el foro de discusión se realizó a partir de un diagrama de flujo (Apéndice E) con la interacción de los alumnos y el profesor, se mostró la constancia de las actividades en línea con 10 participaciones en tarea 1, 12 participaciones en la tarea 2 y 9 participaciones en la tarea 3 con la disponibilidad hacia el trabajo colaborativo de los estudiantes, el planteamiento de discusiones y tareas en grupo permitieron realizar con éxito el proceso interactivo y de participación.

De acuerdo a los resultados del análisis de las respuestas del cuestionario de opinión aplicado, los estudiantes manifestaron que el material didáctico fue de excelente calidad con la aceptación del 100% en la primera clase, las notas y guía de estudios. En cuanto a las tareas, ejemplos, las clases dos y tres fue del 83%, lo que muestra que fueron de buena calidad hacia el alumno.





El resultado observado de la opinión al examen 50% es un indicador que no favorece las expectativas propuestas.

Los estudiantes manifestaron que los ejemplos resultaron útiles y en cuanto a las tareas estimularon al desarrollo de autoevaluación y conocer más del tema.

En cuanto al trabajo colaborativo, el tener poca experiencia pero con agrado de integración influyo positivamente hacia su aprendizaje. De los comentarios hacia el beneficio del trabajo colaborativo, se menciono la aportación de mejores resultados que si éste se realizara de forma individual.

El foro de discusión fue activo al inicio del curso, conforme avanzaron las actividades la participación se fue reduciendo, ya que los estudiantes pretendían completar sus tareas mejoradas al final del tema y solo se concretaron a preguntas mas especificas pudiendo mostrar una estructura lógica de comunicación. De acuerdo a los comentarios registrados se percibió la disposición hacia el intercambio de ideas y una comunicación afable. El foro de discusión resulto ser el medio de influencia al desarrollo del aprendizaje colaborativo.

Con esta información permite afirmar que la enseñanza del tema propuesto a distancia con la aplicación de un medio virtual causo efectos positivos en el alumno para trabajar colaborativamente, utilizar de manera adecuada el material didáctico y ser capaces de autoevaluar su aprendizaje.

Por otra parte el coeficiente de aprendizaje muestra que hubo aprendizaje durante el desarrollo de la aplicación de la propuesta tonel resultado en el examen final de 0.85.

### Referencias

- [1] Ulloa, R. A., Nesterova, E. D. & Pantoja, R. R. (2001). *Problemas en la enseñanza de las matemáticas en modalidad a distancia*. Memorias de X Encuentro Internacional de Educación a Distancia, Guadalajara, U. de G.
- [2] Nesterova, E. & Nesterov, A. (2002). *Aplicación de Intranet como un medio virtual para la formación basada en Web*. CIVE 2002 Congreso Internacional Virtual de Educación. <http://www.cibereduca.com/cive/ponencias/nesterova/index.asp>
- [3] Artigue M., Douady R. y Moreno L. (1997). *Ingeniería Didáctica en educación matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- [4] Wenzelburguer, E. (1993). *Didáctica. Calculo Diferencial*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- [5] Cornu, B. (1991). Límits. En Tall, D. (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*, 153-166. Dordrecht: KluwerAcademic Press.
- [6] Boyer, C. B. (1959). *The History of the calculus and its conceptual development*. New York. Dover Publications, Inc.
- [7] Hietala, P. y Niemirepo, T. (1998). Multiple artificial Teachers: how do learners cope with multi-agent learning environment?" In *Proc. of the Workshop on Current Trends and Artificial Intelligence in Education*, 4 World Congress on Expert Systems, México.
- [8] Muñoz, G. (1998). *Un aspecto de enlace entre lo conceptual y lo algorítmico en el cálculo integral*. Actas de la XI Reunión <latinoamericana de Matemáticas Educativa. Colombia: grupo Editorial Iberoamérica, S. A. de C. V., pp.64-68.





- [9] Brousseau, G. (1986). Fondaments et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7 N° 2.
- [10] ERMEL (1993). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes. Cours élémentaire*. Paris: Hatier.
- [11] Nesterova, E.D. (2000). *Formación de la habilidad de estructurar el material didáctico en los estudiantes de escuela superior*. Tesis de doctorado, Universidad de Krasnoyarsk, Rusia.

