

El potencial del software de modelación en una clase de matemáticas de bachillerato

Liliana Suárez Téllez
José Luis Torres Guerrero
Instituto Politécnico Nacional

Línea temática: Nuevas formas de aprender y enseñar.

Palabras clave: uso de la tecnología, modelación matemática, aprendizaje, estrategias didácticas, software educativo.

Resumen

En esta ponencia describimos el potencial de dos softwares para las clases de matemáticas de bachillerato que articulan la modelación y la graficación a través de la simulación de situaciones de movimiento. Desde el plano de la innovación educativa se propone un eje de Modelación y Graficación con Tecnología que los docentes pueden incorporar en sus clases de matemáticas para que los estudiantes identifiquen patrones, realicen ajustes a sus modelos gráficos y analíticos y ensayen diversas estrategias en la obtención de los resultados previstos y deseados.

Introducción

La incorporación de la tecnología en los salones de clases, desde la perspectiva de la docencia profesional, aún es un tema pendiente en el ámbito educativo. Sin embargo, existen grupos, congresos, iniciativas que convocan a alumnos, profesores e investigadores que aprovechan el potencial de las herramientas tecnológicas en la organización del estudio en matemáticas.

Contexto

En una revisión de los planes de estudio de bachillerato del Instituto Politécnico Nacional, desde una perspectiva de uso de las gráficas, fue sorprendente ver el amplio universo de gráficas de funciones que se trabajan en los seis semestres. No obstante, surge el cuestionamiento de lo poco que saben de las gráficas a pesar de la dimensión de ese universo

Marco teórico

Algunas investigaciones en Matemática Educativa han señalado la necesidad de plantear marcos de referencia para la matemática escolar que tomen en cuenta categorías de uso del conocimiento como su relación con la vida, con lo cotidiano (Cordero et al, 2014) o con la realidad (Villa-Ochoa y Jaramillo, 2011). Estos señalamientos tienen su origen en los resultados de



investigaciones que reportan cómo el conocimiento matemático cobra una mayor significación en la relación del aprendizaje de las matemáticas con los aspectos personales, profesionales y cotidianos de un individuo.

La Modelación-Graficación es un constructo teórico en el contexto de la socioepistemología (Suárez, 2014) que permite, por un lado, desde el punto de vista teórico, explicar la conformación de una epistemología que articula la modelación, la graficación y la tecnología; el diseño de una situación de modelación para favorecer los usos de las gráficas y el análisis las producciones matemáticas de estudiantes de bachillerato (Luna y Suárez, 2014). También, desde la perspectiva de la innovación educativa (Suárez y Ruiz, 2010) se ofrece un eje de Modelación y Graficación con Tecnología que los docentes puedan incorporar en sus prácticas de enseñanza poniendo en juego la modelación del movimiento en un ambiente tecnológico; se resignificará la variación con el funcionamiento y la forma del uso de las gráficas al reconocer patrones con múltiples realizaciones.

Metodología

La investigación de Suárez (2014) ofreció el diseño de un Cuaderno Didáctico con diez situaciones de aprendizaje propuestas para desarrollar el binomio de modelación graficación. En este cuaderno de experimentos de modelación gráfica en las matemáticas del bachillerato ilustramos la incorporación de una práctica matemática donde la herramienta principal es la gráfica, que proporciona elementos para argumentar sobre la relación de las variables que intervienen en cada uno de los experimentos propuestos. Los experimentos están constituidos por tres actividades principales: la generación de datos a partir de una situación, la construcción de gráficas a partir de ellos y el análisis de la situación con el uso de las gráficas

Como una consecuencia de los supuestos teóricos y con la finalidad de observar el ‘uso de las gráficas en la modelación’ el diseño de las secuencias de enseñanza se encuentra soportado por la epistemología y se centra en una situación que incluye un conjunto de tareas que determinan los siguientes tipos de actividades, acciones y alternancias de dominios en los estudiantes.

Momento I. Establecimiento de la forma del nuevo funcionamiento de las gráficas en la modelación. (SMM-MI)

- Presentación de la situación de movimiento. El profesor narra las características de una situación de movimiento y pide a los estudiantes que hagan una gráfica de la situación del movimiento. Con esta actividad se genera en el estudiante una necesidad de usar sus conocimientos personales sobre gráficas y funciones para modelar la situación de movimiento planteada.
- Modelo gráfico. Se organiza el grupo en equipos de tres o cuatro estudiantes para realizar la tarea de hacer a papel y lápiz un bosquejo de la gráfica del movimiento. Se observa por medio de un monitoreo en cada equipo el tipo de decisiones que toman para realizar la tarea asignada.



Momento II. Construcción de argumentos en el uso de las gráficas en la modelación. (SMM-MII)

- Descripción del modelo gráfico. Los equipos exponen sus gráficas a todo el grupo y explican porqué corresponden con la situación de movimiento. También escuchan y discuten las gráficas de otros equipos.
- Simulación del movimiento. Los estudiantes trabajan en equipo para simular físicamente las condiciones de la situación de movimiento que se estudia. Usan calculadoras y sensores para obtener las gráficas. Se promueve que los estudiantes hagan realizaciones múltiples, identifiquen patrones, realicen ajustes en las condiciones del movimiento (tiempo, distancia, velocidad) en la simulación para obtener las gráficas deseadas. Se espera que los estudiantes desarrollen explicaciones del contraste entre las gráficas de los modelos gráficos que conjeturaron, a papel y lápiz, y las gráficas obtenidas en la simulación, a través del uso de tecnología.

Momento III. Puesta en funcionamiento del uso de las gráficas en la modelación (SMM-MIII)

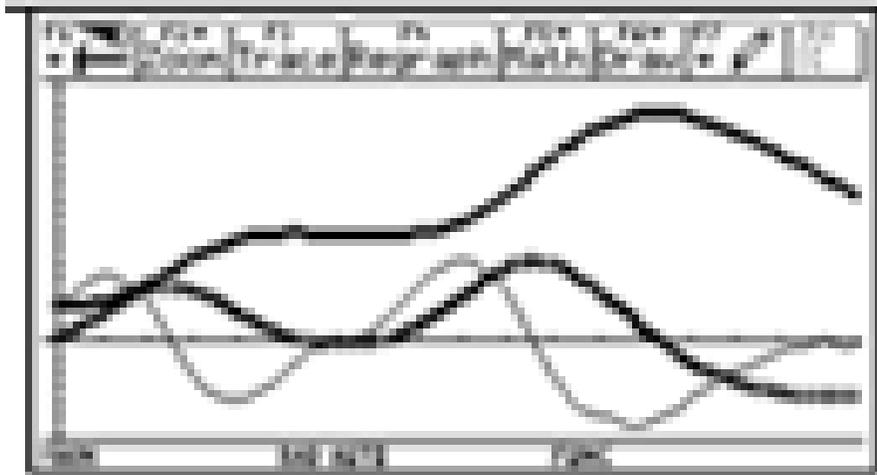
- Nueva descripción del modelo gráfico. Los estudiantes usan los argumentos construidos para coordinar el comportamiento de las gráficas con las características del movimiento.

Resultados

En este apartado contrastamos las gráficas obtenidas por diferentes softwares de graficación.

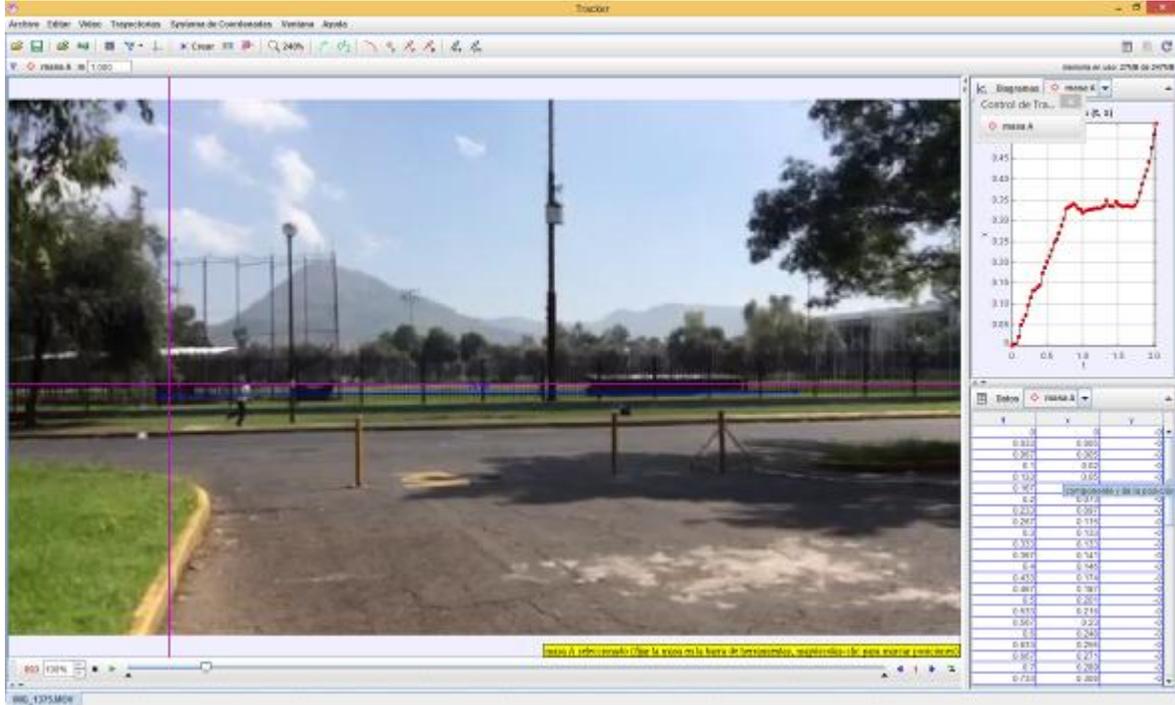
Primer software

Calculadoras con poder de graficación, sensores y transductores de información mecánica a digital sirvieron para que los estudiantes realizaran la simulación del movimiento y obtuvieran la gráfica de posición con respecto al tiempo. Los estudiantes tuvieron la oportunidad de hacer múltiples realizaciones para ajustar las limitaciones técnicas de los sensores para la graficación del conocimiento.



Segundo software

Software que analiza video de movimiento de un punto con respecto al tiempo, de la misma manera que el descrito anteriormente, se visualizan las gráficas y los datos con el agregado de que el video puede correr e ir identificando donde se encuentra el punto en movimiento también en la gráfica y en la tabla.



Conclusión

Durante la elaboración de estos experimentos de Matemáticas se ha puesto a prueba los conocimientos que cada uno de los involucrados en las actividades tuvieron que aplicar, generando una discusión grupal, uso de diversos materiales según lo especificaba el experimento, además de una búsqueda para hacer un buen uso del software disponible para la plena realización de cálculos, gráficas y diseño del producto.

Se puede señalar que se encontraron dificultades durante el transcurso del tiempo en el que las actividades tenían que realizarse, como la disponibilidad en el tiempo para que los alumnos participaran, la falta (en su momento) del material para trabajar, la naturaleza en contra del movimiento uniforme de los cuerpos de trabajo, así como los espacios en donde se realizaron algunas actividades.

A pesar de eso, observar el trabajo de alumnos en un espacio distinto al que se encuentran acostumbrados (escuela, biblioteca, cuarto de estudio) genera comportamientos diferentes al momento de utilizar las matemáticas; por ejemplo, el competir en una carrera, tomando en cuenta que en base a los resultados se generaría el desarrollo del ejercicio, generó un mayor entusiasmo para medir el terreno, preparar el escenario (marcas en el suelo) y finalmente correr.



De esta manera, haciendo didáctica la elaboración de ejercicios de Matemáticas, así como compartiendo ideas y estrategias se puede llegar a una solución que genera una mejora en los conocimientos del alumno.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido posible gracias al apoyo recibido en el Proyecto con registro SIP: 20151846 de la Secretaría de Investigación y Posgrado del IPN en México. Así como a los colegas de la Red de Investigación e Innovación en Educación Estadística y Matemática Educativa (RIIEEME) con los que juntos hemos colaborado en la evolución de nuestra perspectiva.

Referencias

- Cordero, F, Mendoza, J., Torres, L, Del Valle, T, Solís, M. y Mena, J. (2014). Multidisciplina y modelación. Un diálogo entre la ingeniería y la matemática educativa. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 1531-1538.
- Cordero, F., Cen, C. y Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, ISSN: 1665-2436, 13, 2, 187-204.
- Luna, V.H. y Suárez, L. (2013). Elements of Graphic Contrast in a Situation of Modeling and Variation. In M. Martinez & A. Castro Superfine (eds.) *Proceedings of the 35th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Chicago, IL: University of Illinois at Chicago. P. 1197.
- Ortega, P., Ramírez, M.E., Torres, J.L., López, A.E., Servín, Y., Suárez, L. y Ruiz, B. (2007). Modelo de innovación educativa. Un marco para la formación y el desarrollo de una cultura de la innovación. *RIED: revista iberoamericana de educación a distancia*. ISSN 1138-2783, Vol. 10, N° 1-2, 2007, 145-173.
- Romero, P. (2014). Integración de las TIC en la práctica de la docencia, el caso de la ESIME Unidad Profesional Ticomán. Tesis No Publicada de la Maestría en Docencia Científico y Tecnológica del CIECAS-IPN: México, D.F.
- Suárez, L. (2014). *Modelación-graficación para la matemática escolar*. Diaz de Santos: México.
- Suárez, L. y Ruiz, B. (2010). Matemática Educativa en la Innovación Educativa. *Memorias de la XIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa*. ITESM, Campus Monterrey. Pág. 262- 266.
- Villa-Ochoa, J. & Jaramillo, C. (2011). Sense of Reality Through Mathematical Modelling. In G. Kaiser et al. (eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. Springer Science+Business.



Semblanza

Liliana Suárez Téllez, es maestra y doctora en ciencias con especialidad en Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Durante sus estudios de doctorado realizó una estancia en el Instituto de Matemáticas de la Universidad Pontificia Católica de Valparaíso y, años después, una estancia posdoctoral en la Universidad de Victoria en British Columbia, Canadá. Es docente de tiempo completo desde el año 2008 en el antes centro y ahora Coordinación General de Formación e Innovación, Profesora Colegiada del Centro de Investigaciones Económicas, Políticas y Sociales del Instituto Politécnico Nacional y Miembro del Sistema Nacional de Investigadores de México. En investigación, ha coordinado y participado en proyectos multidisciplinarios: La innovación didáctica en el currículo potencialmente aplicado para las áreas de matemáticas, física, bioquímica, cultura financiera y comunicación, con registro SIP-IPN 1571 y Uso de los resultados de la investigación en la docencia: Matemáticas, Comunicación, Bioquímica y Cultura Financiera, con registro SIP-IPN 1335. Ha publicado artículos en la Revista Latinoamericana de Matemáticas y la Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, entre otras, y dirigido tesis de posgrado en los temas de modelación en los cursos de matemáticas, profesionalización docente en matemáticas e innovación educativa. En la coordinación de proyectos académicos, de 2004 a la fecha forma parte de la coordinación del Seminario Repensar las Matemáticas, proyecto que vincula la investigación con la docencia en matemáticas usando las TIC como medio de comunicación. Entre 2007 y 2011 coordinó el proyecto Formación de una Cultura de la Innovación en el IPN y es coautora del Modelo de Innovación Educativa. Es miembro de la Red de Investigación e Innovación en Educación Estadística y Matemática Educativa, RIIEEME, y de otras redes con carácter nacional e internacional como el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, CLAME, y la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática, RECOMEM. lsuarez@ipn.mx y <http://lilianasuarez.wordpress.com/cvu/>

José Luis Torres Guerrero, estudió la licenciatura en Física y Matemáticas en la Escuela Superior de Física y Matemáticas y la maestría en el Departamento de Matemática Educativa en el Centro de Investigación y Estudios Avanzados (CINVESTAV). Profesor de Matemáticas en el Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos No. 7 “Cuauhtémoc” del Instituto Politécnico Nacional (IPN). Formó parte de la Academia Institucional de Matemáticas del Nivel Medio Superior (NMS) del IPN. Participó en la elaboración de programas de matemáticas del NMS del IPN. Ha participado en investigaciones educativas sobre resolución de problemas y el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), así como en innovación educativa. Así mismo en varios congresos nacionales e internacionales sobre Matemática Educativa e Innovación Educativa, tanto como tallerista como ponente. Fue coordinador académico del Seminario Permanente de Innovación Educativa del IPN en sus tres ciclos y también del Seminario Repensar las Matemáticas en sus nueve ciclos. Director del Proyecto Multidisciplinario de Investigación Educativa “Uso de los resultados de la investigación en la docencia: Matemáticas, Comunicación, Bioquímica y Cultura Financiera”, constituido por siete módulos. Integrante de la Red de Investigación e Innovación en Educación Estadística y Matemática Educativa (RIIEEME).



Anexo 1.

Representando el movimiento

Integrantes

DAR (Grabación)

GEL (Valentina)

JJHM (Juan)

MRB (Toma de tiempo)

Procedimiento

1. “Discute en tu equipo cuáles son los valores que usarán para simular el recorrido de valentina, por ejemplo, los 500 metros pueden convertirse en 50 metros y los 9 minutos en nueve segundos.”

Debido al espacio en donde se realizó la actividad (casa), se optó por realizar el ejercicio a 10 metros y a un tiempo de 90 segundos.

2. “Pon 20 marcas en el camino recto donde simularán el recorrido de Valentina, de su salón de clases a la biblioteca. Y toma la distancia a la que se encuentra cada marca del punto de partida.”

Cada marca se encontró a una distancia de 50 cm.

3. “¡Realiza la simulación! Recuerda que Juan debe detener 4 minutos, de acuerdo a la situación a Valentina, haz la conversión correspondiente.”

4. “Con el cronómetro registra el tiempo en el que llega a cada una de las marcas de acuerdo a la tabla de la derecha.”

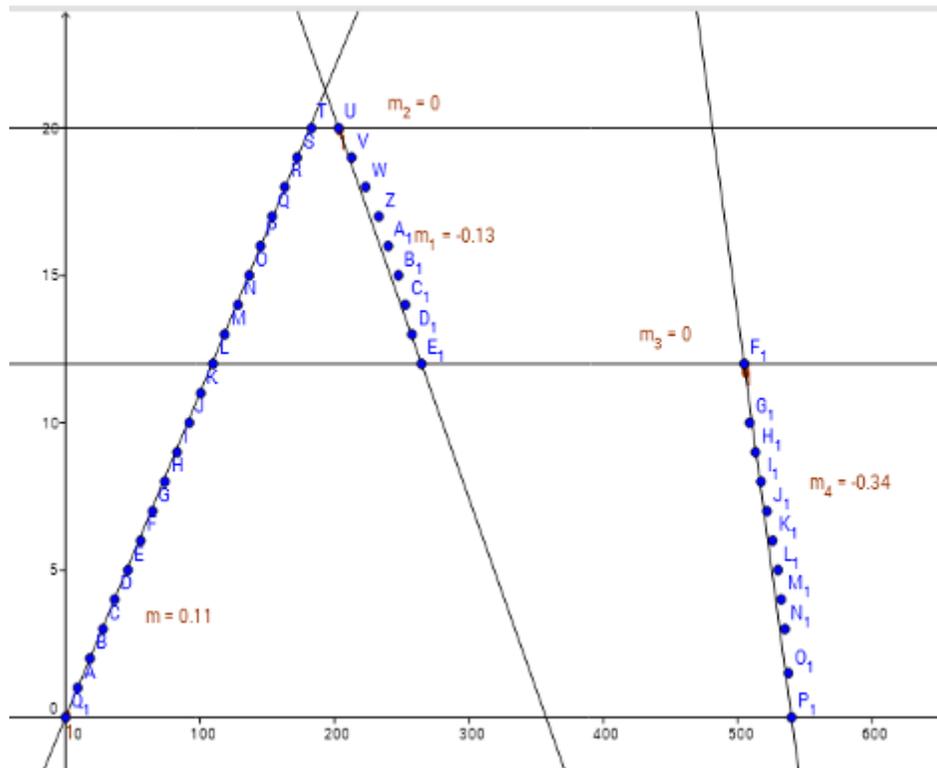
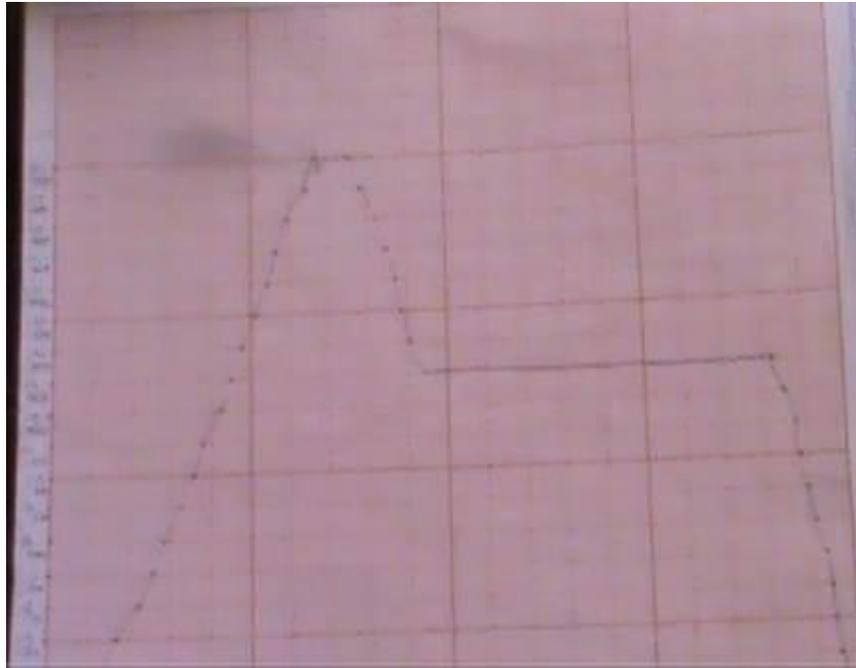
Al tomar el tiempo parcial al momento en que Gamaliel pasaba por cada una de las marcas (Escala 1:50) se pudo obtener el tiempo de 90.195 segundos. Al convertir el tiempo a escala al tiempo pedido por el ejercicio (Mediante una regla de 3), se obtuvieron 541.17 segundos. Así se pudo obtener cada valor de la tabla.

5. “En la hoja cuadrículada marca los puntos distancia tiempo para cada uno de los 20.”

Para esto se realizaron 2 gráficas: una en el momento en que los alumnos fueron tabulando cada resultado en una hoja milimétrica y otra usando el software Geogebra, esto para comprobar si la primera gráfica era correcta.

1	25	8.98	2.33
2	50	9.18	2.58
3	75	9.72	2.82
4	100	8.62	2.34
5	125	9.96	4.04
6	150	9.46	4.18
7	175	8.88	4.46
8	200	9.1	4.16
9	225	9.11	4.28
10	250	9.11	4.1
11	275	8.52	2.40
12	300	9.12	7.08
13	325	8.62	5.04
14	350	9.92	5.08
15	375	8.46	7.08
16	400	8.28	7.56
17	425	8.7	9.78
18	450	9.34	10.38
19	475	9.2	9.76
20	500	10.76	20.08





Preguntas para reflexionar

¿Qué tipo de gráfica obtuviste?, ¿puedes encontrar una ecuación que dé esta gráfica?, ¿y si eliges solo un trayecto del recorrido?, ¿puedes obtener la gráfica de esta ecuación?, ¿cómo puedes calcular la velocidad en diferentes trayectos?

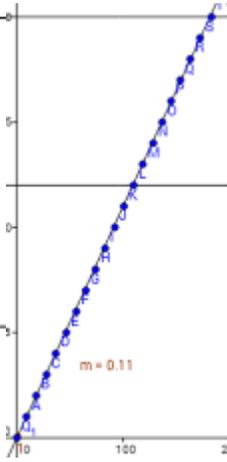
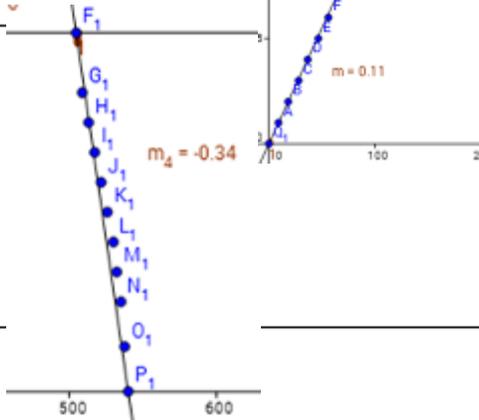
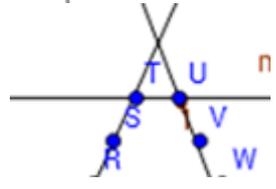
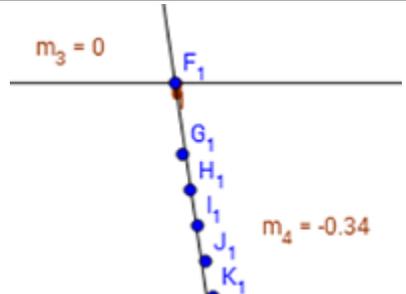
Se obtuvo una gráfica que posee diferentes pendientes, esto debido al cambio de velocidades que Valentina (Gamaliel) tuvo que realizar según lo discutido al inicio del experimento.

Esto genera que no se pueda encontrar una ecuación para todos los resultados, sin embargo se puede obtener la ecuación de un solo trayecto, digamos el que fue de los 250 a los 0 metros, la cual nos quedaría (tomando el punto F1 y el P1):

$$\rho = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$$

De esta manera es cómo podemos calcular de la misma manera la velocidad en cada trayecto, haciendo uso de la pendiente. De esta manera, con el uso de Geogebra se calculó la pendiente en cada parte del trayecto.



¿Cómo es el recorrido de Valentina?	¿Cómo es la gráfica? Dibuja un trozo de gráfica
Más lento	
Más rápido	
Disminuye su velocidad	
Aumenta su velocidad	
Se detiene	

Al inicio del recorrido hasta el momento de llegar a la Biblioteca

Después de hablar con Juan hasta llegar al salón

En el momento que recoge su cuaderno dentro de la Biblioteca

Corre después de terminar de hablar con Juan

Los 4 minutos (40 segundos de prueba) que estuvo con Juan

