IV Congreso Internacional de Innovación Educativa
la innovación educativa, una estrategia de transformación
Del 14 al 16 de octubre de 2009

Numeros figurados: una estrategia en la construccion de conceptos

Ma. Teresa Cruz Vieyra Unidad Profesional Azcapotzalco, IPN
mtcruzv@ipn.mx.
Pensamiento numérico, Nivel Superior

RESUMEN.

La evaluación diagnóstica muestra que los estudiantes de primer ingreso a las Carreras de Ingeniería, han desarrollado preferentemente estructuras geométricas y aritméticas de pensamiento matemático y, como tales se usan para construir nuevos conceptos y estructuras de pensamiento y lenguaje. En este trabajo se analiza una estrategia de aprendizaje, sustentada en el reconocimiento de patrones geométricos y aritméticos. La actividad de aprendizaje, que requiere inicialmente conocimientos aritméticos y geométricos básicos, permite descubrir reglas bien definidas, patrones y abordar conceptos abstractos y generales.

PALABRAS CLAVE: estrategia de aprendizaje, configuración geométrica, sucesión, números figurados.

INTRODUCCION

Una de las premisas que nos interesa destacar es aquella según la cual el conocimiento es el resultado de una construcción. Esto significa que es el sujeto quien construye su conocimiento y, sobre todo, quien elabora sus instrumentos de conocimiento. En el modelo educativo del IPN es el estudiante quien participa activamente en su formación, y lo hace en la medida que se vuelve sujeto de su propio aprendizaje, que va construyendo en la marcha de su ejercicio cotidiano, a partir de la reflexión y construcción de conceptos y significados derivados de su propia práctica. El estudio de las estructuras numéricas, es parte fundamental del curriculum, que pone de manifiesto el interés de promover una cultura matemática básica, que no por eso deja de ser rico en la construcción de conceptos y desarrollo de competencias matemáticas. A través del estudio de los números figurados se reflexiona sobre las matemáticas como un recurso que nos provee de un sistema de pensamiento que permite descubrir reglas bien definidas, abordar conceptos abstractos y generales, al establecer conexiones entre las representaciones geométricas y numéricas.

METODOLOGIA

Partiendo de la hipótesis de que los estudiantes de primer ingreso, han desarrollado preferentemente estructuras numéricas de pensamiento, este trabajo propone una estrategia de aprendizaje que busca investigar como dichas estructuras pueden transformarse en un mecanismo promotor en la construcción de conceptos, abstracciones y generalizaciones. La estrategia propone el desarrollo de hojas de trabajo, que inician con la observación de patrones geométricos ligados a su correspondiente patrón numérico; se guía al estudiante a través de una estructura lógica, en la que se desarrollan diferentes esquemas de representación del objeto de estudio. Se toma en cuenta que el desarrollo de las competencias matemáticas está unido a su desarrollo intelectual, por lo tanto el proceso instructivo ofrece oportunidades para que los estudiantes tengan experiencias de construcción de argumentos lógicos en situaciones problemáticas, así como de evaluación de los argumentos expuestos por sus compañeros. Los errores nos son interpretados como deficiencias o como el producto de un razonamiento ilógico, sino como un reflejo y consecuencia del tipo de estructuras que el estudiante emplea, por lo tanto se comprenden como una herramienta valiosa para identificar los instrumentos cognitivos que va construyendo. La investigación se centra en describir la reorganización cognitiva de en el proceso de solución de problemas, así mismo explora la interrelación entre el papel que desempeñan los diferentes esquemas de representación en la comprensión de los conceptos y en la construcción de significados.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

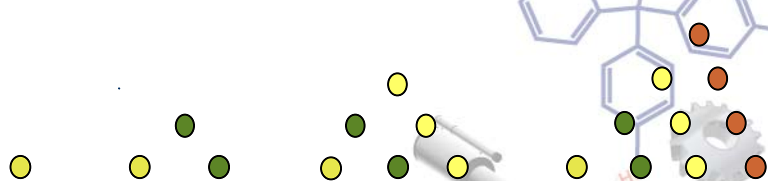
La actividad inicia con la observación de los primeros cuatro términos de la sucesión geométrica de los números triangulares. Los estudiantes inducen las relaciones entre los elementos que los configuran y proceden a dibujar los términos siguientes.

T_1 T_2 T_3 T_4

Se les pide que representen la sucesión en un esquema numérico; para esto solo tienen que contar el número de puntos correspondientes en cada figura, y a ordenar la información en una tabla. Se introduce al manejo de variables *n* y T_n para representar el número de figura y el número de puntos en cada figura, respectivamente.

n	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***	***10***
T_n	**1**	**3**	**6**	**10**	**15**	**21**	**28**	**36**	**45**	**55**

Al socializar los resultados se observan diferencias, sobre todo en décima configuración. Se les hace énfasis en el acto de contar se establece una relación uno a uno entre el conjunto de los números naturales y el conjunto de los elementos que se requiere contar. Se les pide que busquen estrategias que garanticen este proceso. Deciden numerar los puntos conforme lo van contando; este mecanismo resuelve las diferencias. Otros estudiantes proponen que se cuente en líneas y después se sumen los resultados. Se hace énfasis en el color para promover una mejor comprensión de la propuesta.



$T_1 T_2$ T_3 T_4

$T_1 = 1$, $T_2 = 1 + 2$, $T_3 = 1 + 2 + 3$, $T_4 = 1 + 2 + 3, + 4$

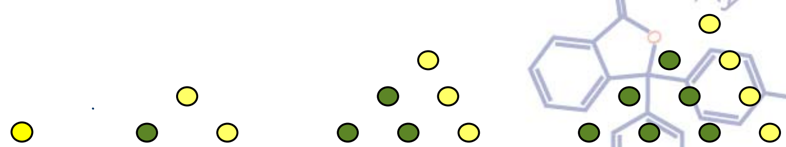
Explican que para determinar el número triangular dado, ocho, por ejemplo, solo se debe sumar del uno al ocho; para el nueve, sumar del uno al nueve, y así sucesivamente. El siguiente enunciado se acepta de manera natural.

El número triangular n se puede determinar como la suma de los n primeros números naturales: $T_n = 1 + 2 + 3 + 4,. . . + n$

Algunos estudiantes identifican en la sucesión numérica el siguiente patrón: $T_1 = 1$, $T_2 = T_1 + 2$, $T_3 = T_2 + 3$, $T_4 = T_3 + 4$, y así sucesivamente.

El número triangular n se puede determinar como la suma del número triangular n-1 y el número n: $T_n = T_{n-1} + n$

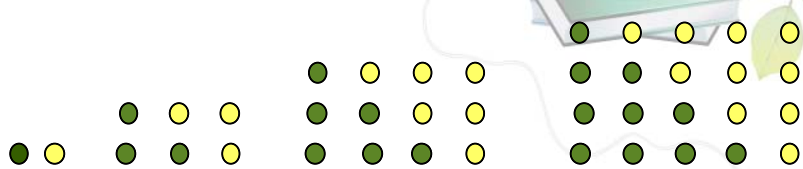
Se les pide que busquen expresar su comprensión en un esquema geométrico: en cada número se deben diferenciar dos configuraciones simples: una línea y un triángulo.



T_1 $T_2 T_3$ T_4

Los estudiantes han usado tres sistemas de representación, gráfico, numérico y analítico, y los han coordinado, en la comprensión de la sucesión de los números triangulares. Ahora se investigará si lo han incorporado a su estructura cognitiva como una herramienta que pueda ser utilizada para resolver situaciones semejantes. Se les propone el siguiente razonamiento y se observa su comprensión.

La siguiente sucesión de números rectangulares es construida con dos números triangulares iguales.



R_1 R_2 R_3 R_4

$R_1 = 2T_1$, $R_2 = 2T_2$, $R_3 = 2T_3$, $R_4 = 2T_4$, $\ldots, R_n = 2T_n$

El número de puntos se puede contar de la siguiente manera.

$R_1 = 1(2)$, $R_2 = 2(3)$, $R_3 = 3(4)$, $R_4 = (4)(5)$, $\ldots, R_n = n(n+1)$

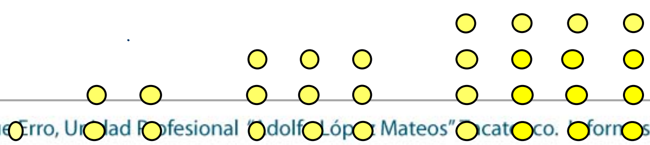
Por transitividad, se establece la siguiente relación de igualdad:

$2T_1 = 1(2)$, $2T_2 = 2(3)$, $2T_3 = 3(4)$, $2T_4 = 4(5)$ $\ldots$, $2T_n = n(n+1)$

Por lo tanto: $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$, esto implica que $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

La conclusión no es sencilla, sin embargo se accede a ella con facilidad, en virtud de la coordinación de los diferentes sistemas de representación. .

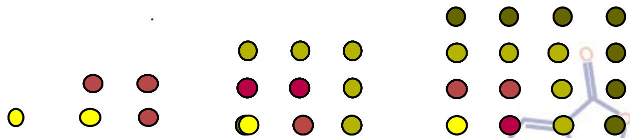
Bajo la misma dinámica se procede a estudiar la sucesión de los números cuadrados:



$C_1 C_2 \; C_3 C_4$

$C_1 = 1, \quad C_2 = 2^2, C_3 = 3^2, \; C_4 = 4^2, \ldots, \; C_n = n^2$

Ahora se les presenta el siguiente esquema.

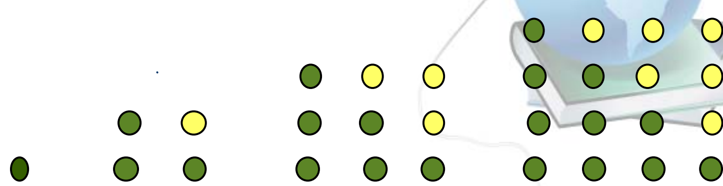


$C_1 \; C_2 \; C_3 C_4$

Observan que: $C_1 = 1$, $C_2 = 1 + 3$, $C_3 = 1 + 3 + 5$, $C_4 = 1 + 3 + 5 + 9$ y deducen el patrón:

La suma de la sucesión de los n primeros números impares da como resultado un número cuadrado: $1 + 3 + 5 + 7 + ... + n = n^2$

Los números figurados guardan estrechas relaciones entre si. Se muestra la siguiente configuración, y se pide a los estudiantes que identifique la relación que existe entre los números triangulares y los números cuadrados.

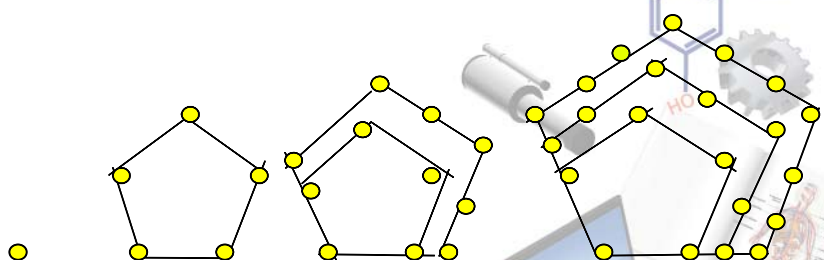


$\mathbf{C_1\ C_2\ C_3 C_4}$

$C_1 = T_1$, $C_2 = T_1 + T_2$, $C_3 = T_2 + T_3$, $C_4 = T_3 + T_4$, . . ., $\mathbf{C_n = T_{n-1} + T_n}$

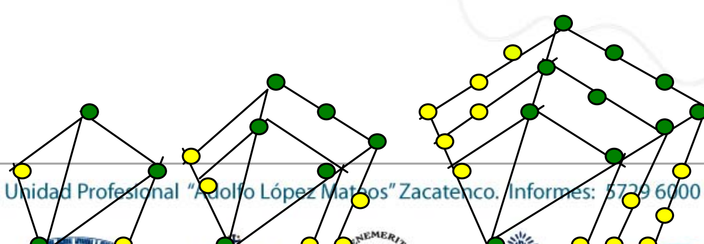
La suma de dos números triangulares sucesivos da como resultado un número cuadrado.

La configuración geométrica de los números pentagonales ofrece más dificultades en su comprensión, pero es una excelente oportunidad para los estudiantes que pongan en juego sus aprendizajes. Se observan las estrategias que aplica.



$\mathbf{P_1\ \ P_2 P_3\ \ P_4}$

Elaboran una tabla, y tratan de identificar el patrón numérico. Nuevamente, se recurre al esquema de los números triangulares para lograr una mejor comprensión de la sucesión.

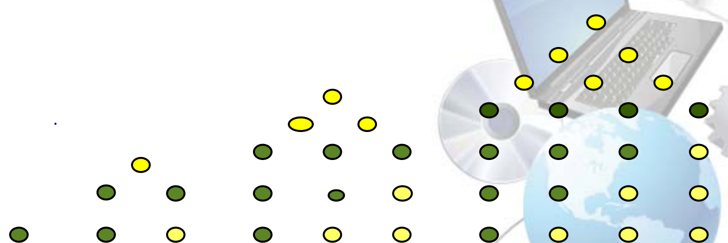


P_1 P_2 P_3 P_4

Sorprendente, un número pentagonal P_n puede pensarse como construido por un número triangular T_n y dos números triangulares T_{n-1}: $P_n = T_n + 2T_{n-1}$

Recordando que, un número cuadrado C_n puede construirse como la suma de los números triangulares T_n y T_{n-1}, entonces**, un número pentagonal P_n puede escribirse como la suma de un número cuadrado C_n mas un triangular Tn-1: $P_n = C_n + T_{n-1}$**

Se favorece la comprensión reconfigurando la sucesión.



P_1 P_2 P_3 P_4

Los números cuadrados, triangulares y pentagonales se encuentran estrechamente relacionados.

Se observa el siguiente patrón: $\mathbf{T_n = T_n}$, $\mathbf{C_n = T_n + T_{n-1}}$, $\mathbf{P_n = T_n + 2\,T_{n-1}}$

¿Es posible que el número hexagonal n pueda expresarse como la suma de un número triangular T_n y tres números triangulares T_{n-1}? Se deja como tarea para los estudiantes.

La evaluación del aprendizaje se continúa de manera individual en la tutoría. Se les pide que construyan sucesiones geométricas a partir de la de las configuraciones estudiadas, que determinen su representación numérica y algebraica. Se observan los recursos que disponen en el proceso de razonamiento: utilizan los esquemas aprendidos en la construcción de nuevas configuraciones, utilizan técnicas de conteo para investigar patrones numéricos; establecen generalizaciones a partir de la observación y coordinación de patrones geométricos y aritméticos.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos nos permiten avalar la hipótesis de este trabajo: sencillas estructuras numéricas y geométricas de pensamiento pueden transformarse en un mecanismo promotor en la construcción de conceptos, abstracciones y generalizaciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cruz Vieyra M.T., Antonio Perez V., Martínez Mondragón R (2003). Una visión de la matemática y la física en la enseñanza de conceptos a los jóvenes. Resúmenes de la XVII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. RELME 17. Santiago de Chile.

Coll, C. (2007), El constructivismo en el aula, Colofón/Grao, México.

Courant, R. Robbin, H. (2002) ¿Qué son las matemáticas? Conceptos y métodos fundamentales, Fondo de Cultura Económica, México.

Delval, J. (2006). Teorías sobre el desarrollo humano, Madrid, Siglo XXI

Diaz-Barriga Arceo, F. (2003), Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. México, McGraw Hill

Trapote Álvarez, S: (2007). El Razonamiento Plausible y Demostrativo en las Matemáticas y la Mecánica. Colección Ciencias Exactas. UACM. México.