

# Variaciones simultáneas de primer y segundo órdenes y simulación con transductores: Una innovación del uso de las gráficas en el Bachillerato

Claudia Flores Estrada  
CECyT 5, CICATA-IPN, Colegio de Bachilleres, México  
[cfloreses@ipn.mx](mailto:cfloreses@ipn.mx)

Palabras Clave: **Gráficas, uso de tecnología, simulación y construcción.**

## Resumen

La articulación de diversas representaciones como la representación gráfica, la representación algebraica, la representación numérica, contribuyen a la comprensión de los campos conceptuales en Matemáticas. La graficación se ha revelado en las investigaciones como una de las estrategias más fecundas para el análisis de las funciones en contextos matemáticos y extramatemáticos. En este trabajo se introduce a los estudiantes de Cálculo una situación de aprendizaje con el uso de las formas básicas de comportamiento de funciones a partir del conocimiento que se tienen de las dificultades en la interpretación y construcción de gráficas (Leinhardt et al, 1990). **La innovación se enfoca** en una situación de aprendizaje con el uso de las formas básicas en un cierto fenómeno de movimiento utilizando la simulación mediante transductores y calculadoras con poder de graficación y sistemas de álgebra computacional. Al incorporar en el salón de clases un ambiente tecnológico se propicia una mejor comprensión de las situaciones que se estudian en Cálculo.

La modelación gráfica (véase Torres, 2004) y la simulación con sensores permiten ver las características globales de la función: las variaciones, el crecimiento, la continuidad, la concavidad, los máximos y los mínimos.

## Introducción

El presente trabajo tiene como objetivo reportar los aprendizajes que logran los estudiantes de quinto semestre del nivel Medio Superior del Instituto Politécnico Nacional al trabajar con un problema en una situación real de movimiento considerando las formas básicas de graficación, la innovación es el uso de herramientas tecnológicas como son los dispositivos transductores y la calculadora graficadora en una situación de aprendizaje.

Al realizar el problema de una situación real de movimiento se espera que utilicen las formas básicas de graficación por su construcción misma de las gráficas; operaciones gráficas como el comportamiento de la función, la función derivada y su primitiva; la construcción de las gráficas de la posición, velocidad y aceleración a partir de la simulación con uso de la tecnología y forma de la gráfica si es creciente, decreciente, entre otras.

## Justificación

La graficación esta relacionada con muchos contenidos matemáticos: Álgebra, Geometría y Trigonometría, Geometría Analítica, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral y Probabilidad y Estadística.

Los objetos matemáticos solo existen a través de sus representaciones.

La innovación es enfocada en una situación de aprendizaje considerándose el uso de las formas básicas de graficación en un cierto fenómeno de movimiento utilizando la simulación

mediante sensor de movimiento y calculadoras con poder de graficación y sistemas de álgebra computacional en un aprendizaje que potencie la comprensión y conocimiento matemático.

## Metodología

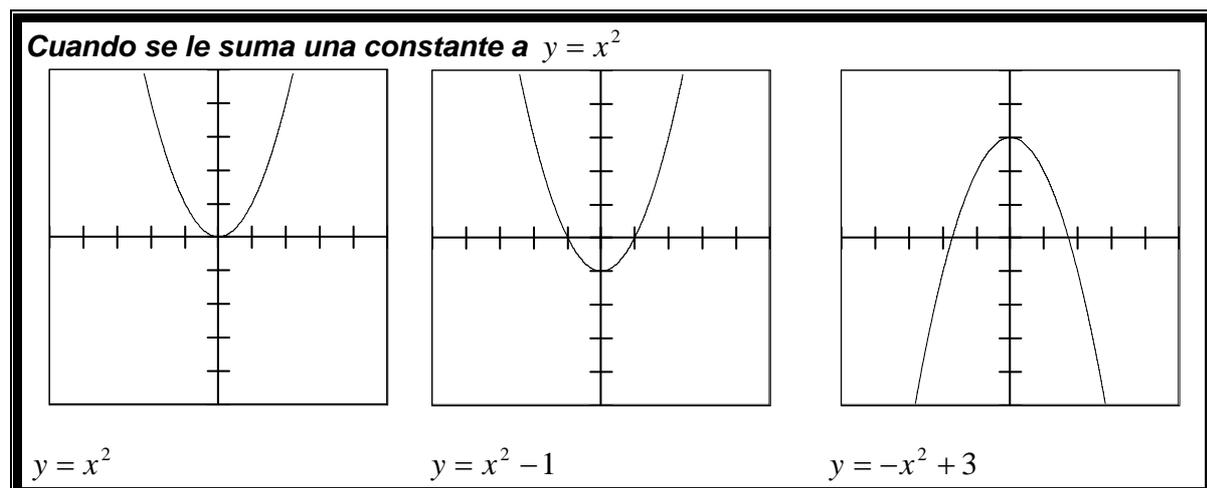
El propósito de este trabajo de investigación es la construcción de ideas generadas por una red de actividades de graficación- modelación de modelos gráficos de variaciones de primer y segundo ordenes. Las actividades realizadas con los estudiantes del Nivel Medio Superior del Instituto Politécnico Nacional quiere dar cuenta de la naturaleza de los conocimientos que los alumnos ponen en juego cuando se enfrentan a este tipo de actividades que exigen coordinar habilidades en el manejo de las gráficas para la construcción de modelos que permitan describir la variación de la posición, velocidad o aceleración en una situación de movimiento.

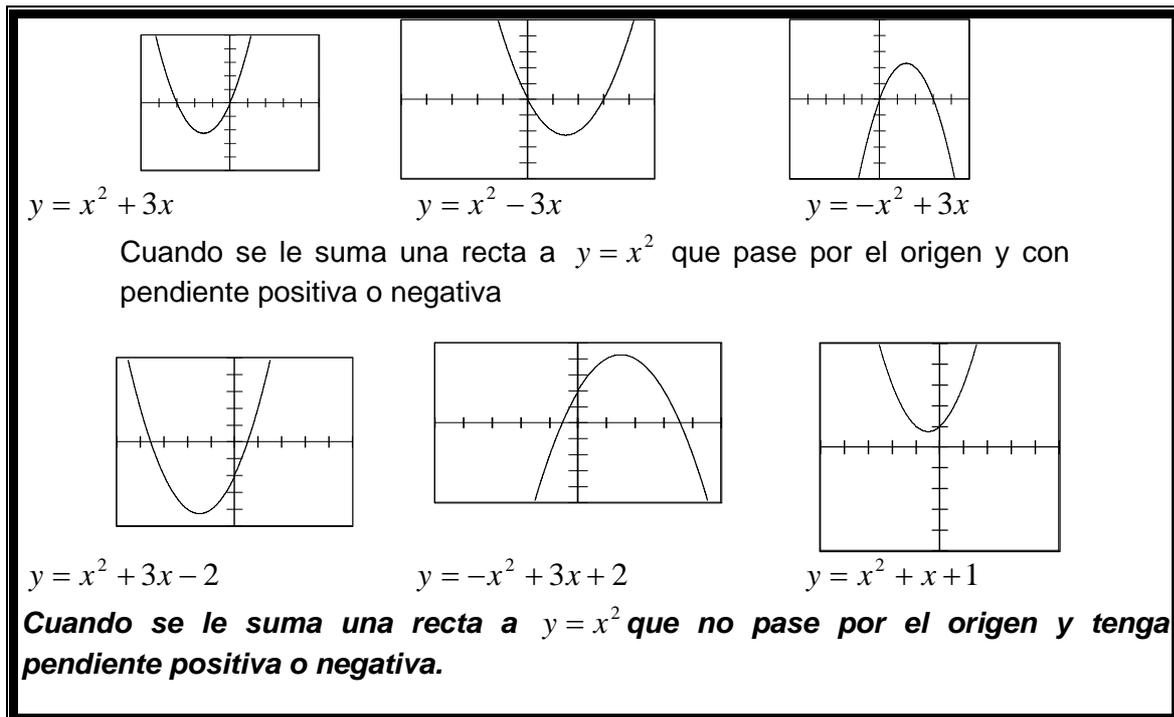
Pero también, tomando a la graficación como una vía de construcción se pueden identificar distintos usos de las gráficas. En este sentido Torres (2004) propone, a partir de una revisión de libros de texto y de literatura en *Matemática Educativa* tres usos de las gráficas:

a) La construcción de gráficas utilizando la relación de correspondencia entre dos variables (localizar parejas de puntos ordenados a partir de la relación algebraica).

b) La construcción de gráficas por prototipos (en una parábola, por ejemplo, se estudian las transformaciones gráficas cuando se le suma una constante, o una recta que pase por el origen con pendiente positiva o negativa, o una recta que no pase por el origen con pendiente positiva o negativa o cuando el coeficiente del término cuadrático toma un valor mayor o menor a la unidad).

c) La representación gráfica por medio de la simulación de un fenómeno físico. Los dispositivos transductores registran los datos y las calculadoras con poder de graficación los convierten en tablas y gráficas. Los alumnos realizan un movimiento, obtienen un registro gráfico de tal manera que al cambiar las características de su movimiento pueden identificar los cambios que se producen en la gráfica. De esta forma se analiza un fenómeno y al mismo tiempo su representación.





**Cuadro I. Gráficas de la suma de la parábola. Tomado de Torres (2004)**

Se parte de una red de actividades de graficación-modelación. Cada actividad permite al discente no solo de trabajar de forma colaborativa sino colocar y aplicar estrategias de aprendizaje,

Elegí situaciones de aprendizaje que tienen que ver con la modelación gráfica del movimiento tal y como es trabajada en Torres (2004). En el siguiente cuadro 2 se hace una descripción de este tipo de actividades.

### Descripción de las actividades de graficación - modelación

Tres actividades para analizar una situación de movimiento a través de:

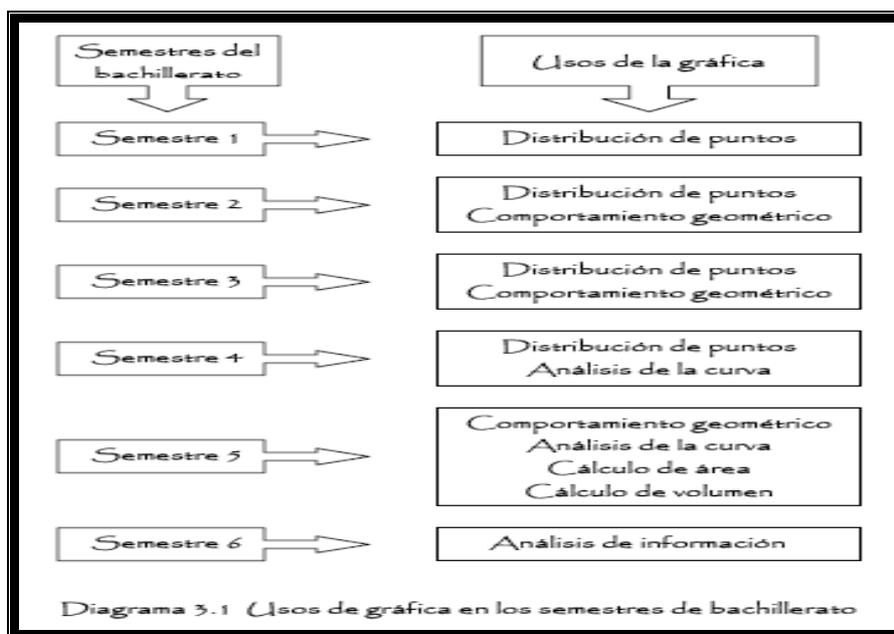
- **Proponer un modelo gráfico:** se pide diseñar una gráfica que describa los cambios de posición de un una persona que realiza el movimiento descrito. En el momento de realizar esta tarea se toman decisiones: las variables que intervienen, la escala de la gráfica y las distancias recorridas en distintos instantes.
- **Realizar una simulación:** se pide simular el movimiento frente al sensor para obtener la gráfica estipulada. El movimiento se adapta al alcance del sensor. A partir de múltiples realizaciones se establecen relaciones entre las características del movimiento y los diversos comportamientos gráficos obtenidos en la calculadora.
- **Efectuar un contraste entre el modelo gráfico y la situación:** se pide ajustar el modelo gráfico original dando cuenta de la situación planteada.

Se esperan de los estudiantes múltiples realizaciones en la simulación del movimiento en las que tomen decisiones sobre las características que se varían en la situación para la obtención de distintas gráficas.

**Cuadro 2. Descripción de las actividades de graficación - modelación tomado de Suárez et al (2005).**

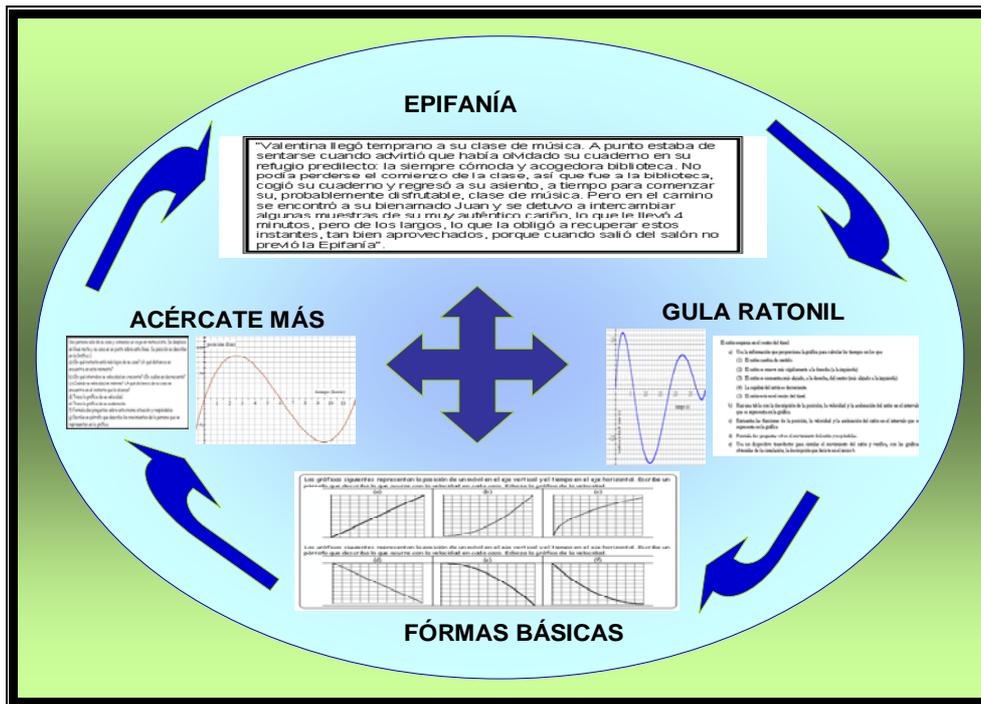
La gráfica permite ver las características globales de la función, esto es, las variaciones, el crecimiento, la continuidad, la concavidad, los máximos y los mínimos, entre otros.

Los programas vigentes de matemáticas en el Nivel Medio Superior del IPN (IPN, 1994-1996) establecen como una línea de desarrollo del currículo a la modelación. En la instrumentación didáctica y en la lista de contenidos de los programas de matemáticas se observa como una constante la graficación de funciones, ecuaciones y conjuntos de datos. Para ilustrar esta presencia de la graficación mostramos a continuación el resumen de un análisis realizado por Cen (2006). Cuadro 3.



**Cuadro 3. Uso de gráficas en el Nivel Medio Superior del IPN. Tomado de Cen (2006).**

Congruente con estas necesidades el Instituto Politécnico Nacional ha publicado materiales que contienen una gran variedad de situaciones de aprendizaje con el uso de gráficas en ambientes tecnológicamente enriquecidos. Un ejemplo de estas actividades es el problema de movimiento comentado en el Libro del Profesor de Geometría Analítica (IPN, 2006, 109-119). Ésta y otras actividades forman una red (véase el Cuadro 4) con la que se trabajan distintos conceptos a lo largo de los seis semestres.



Cuadro 4. Red de actividades de graficación- modelación.

La red de actividades graficación – modelación está constituida por cuatro actividades que permiten un mejor entendimiento en el estudiante de quinto semestre a Nivel Medio Superior.

Esta red de actividades se vincula desde perspectivas diferentes y se articulan de varias maneras para cumplir diversos objetivos didácticos.

Cada red de actividades se divide en dos etapas realizada en equipo de 3 a 5 integrantes en clase.

Primera etapa se les proporciona el problema y los estudiantes lo analizan y realizan el primer reporte. Se eligen de uno a dos equipos para la exposición del problema. Sin el uso de la tecnología.

Segunda etapa se utiliza la calculadora con poder de graficación y el sensor de movimiento.

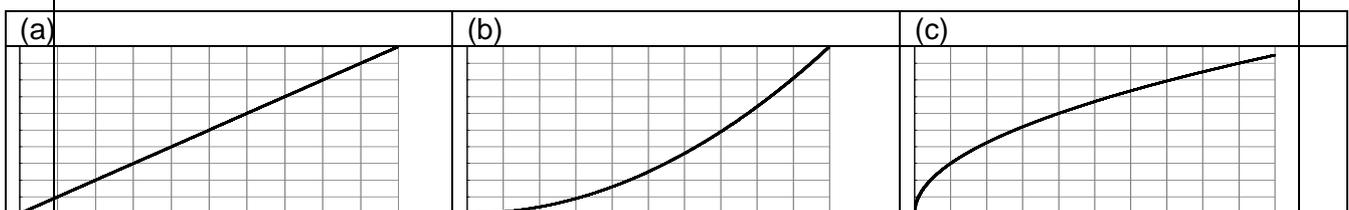
El estudiante analiza lo realizado a lápiz y papel al contrastarlo con uso de tecnología.

La innovación se da en el cambio de la práctica educativa mediante materiales y estrategias que permiten al discente un aprendizaje significativo en la enseñanza de las matemáticas.

**La situación de aprendizaje: Formas Básicas** es una actividad en la que nos presenta la posición de un móvil por medio de su representación gráfica.

### Formas básicas

Las gráficas siguientes representan la posición de un móvil en el eje vertical y el tiempo en el eje horizontal. Escribe un párrafo que describa lo que ocurre con la velocidad en cada caso. Esboza la gráfica de la velocidad.

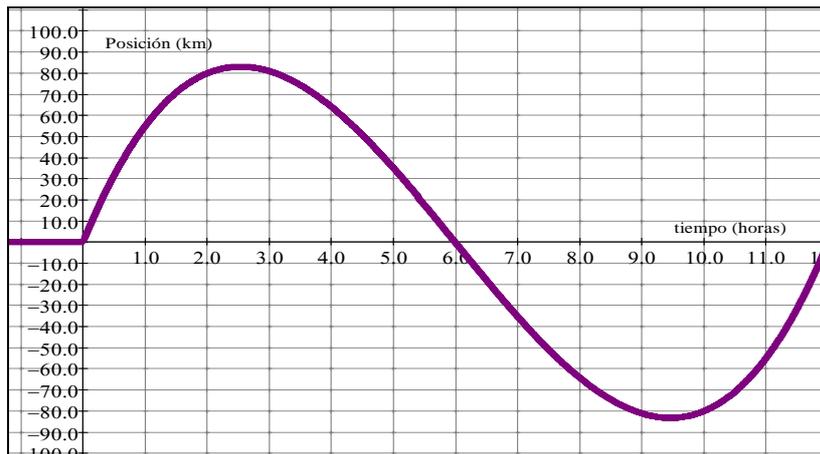


Las gráficas siguientes representan la posición de un móvil en el eje vertical y el tiempo en

el eje horizontal. Escribe un párrafo que describa lo que ocurre con la velocidad en cada caso. Esboza la gráfica de la velocidad.



**Acércate más** es una actividad en la que una persona recorre una cierta distancia en motocicleta mediante una representación gráfica.



### Análisis de resultados

En las actividades de aprendizaje descritas en metodología se ha explorado el desempeño de estudiantes que cursan quinto semestre del nivel medio superior en el CECyT “Benito Juárez García” del Instituto Politécnico Nacional.

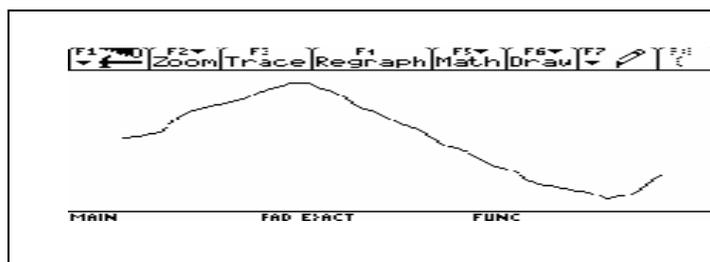
De acuerdo a la estructura de las actividades de modelación-graficación la sesión se organizó en dos partes. En la primera parte los estudiantes leen y resuelven el problema a lápiz y papel; en la segunda se utiliza una calculadora con poder de graficación y sensor de movimiento CBR ante el cual los estudiantes deciden cómo moverse para generar una gráfica.

El estudiante diseña la gráfica que describe los cambios de posición de un móvil y simular el movimiento frente al sensor para obtener la gráfica de variación. El estudiante ajusta el modelo de formas gráficas con el obtenido por el uso del sensor de movimiento y las calculadoras con poder de graficación.

Los alumnos realizan un movimiento y simultáneamente tienen un registro gráfico de tal manera que al cambiar las características de su movimiento pueden identificar los cambios que se producen en la gráfica.

De esta forma se analiza un fenómeno y al mismo tiempo su representación.

Los dispositivos transductores registran los datos que las calculadoras con poder de graficación los convierten en tablas y gráficas.



Cuadro 5. Construcción de gráficas con el uso de tecnología. Acércate más.

## INNOVACIÓN

- Diseñar actividades utilizando dispositivos transductores como el CBL y CBR.
- Es un cambio en el tipo de actividades y organización en el salón de clases, así mismo en la evaluación de los aprendizajes.
- Esto implica un cambio en el quehacer del docente y en las competencias que necesita desarrollar.
- Organizar el trabajo en equipos en los alumnos y dirigir una discusión en la resolución del problema.

## Conclusión

De esta forma se identifica la habilidad en la interpretación y construcción de graficas de los estudiantes.

Esta experiencia nos aporta información sobre el tipo de conocimientos que los estudiantes ponen en juego. El interés de esta investigación es precisar cuáles conocimientos están involucrados en la identificación y uso de las formas básicas y cuál es el papel de actividades de modelación-graficación en la construcción de estos contenidos.

- El aprendizaje del estudiante puede ser por intuición.
- El conocimiento del estudiante es por su vida cotidiana y lo adquirido en la escuela.
- El estudiante al construir e interpretar las gráficas se relaciona por intuición y por conceptos erróneos adquiridos en su entorno.

Se utilizó para evaluar la competencia de graficación, en el contexto de un curso de cálculo, de las formas básicas y su interpretación como la relación que hay entre una función y sus funciones derivadas, en representaciones verbales, algebraicas, tabulares y gráficas en el contexto de problemas de aplicación.

## Referencias:

- Castañeda, A. (2004). Un acercamiento a la construcción social del conocimiento: Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión. Tesis de doctorado no publicada. CICATA-IPN, México.
- Cen, C. (2006). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Flores, C. (2005). Características de las gráficas y su relación con la modelación de situaciones de movimiento. En, Resúmenes de la XIX Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Montevideo, Uruguay.
- IPN (2003). Geometría Analítica. Libro para el estudiante. IPN. México, D. F.
- IPN (2003). Geometría Analítica. Libro para el profesor. IPN. México, D.F.
- IPN (2004). Álgebra. Libro para el profesor. IPN. México, D.F.
- IPN (2004). Cálculo Diferencial. Libro para el estudiante. IPN. México, D. F.

- IPN (2004). Cálculo diferencial. Libro para el profesor. IPN. México, D.F.
- IPN (2004). Cálculo Integral. Libro para el profesor. IPN. México, D.F.
- IPN (2006). Geometría Analítica. Libro del Profesor. IPN. ISBN: 970-36-0258-4.
- IPN Álgebra. Libro para el estudiante. IPN. México, D. F.
- IPN, (2004). Cálculo Integral. Libro para el estudiante. IPN. México, D. F.
- Leinhardt, G., Stein, M. y Zaslavsky, O. (1990) Traducción hecha por el M. En C. Hernández, R. Departamento de Matemática Educativa CINVESTAV.
- Leinhardt, G.; Stein, M.; Zaslavsky, O. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. Review of Educational Research, 60, 1, 1-64.
- Phillips, E., Butts, T. y Shaughnessy, M. (1999). Álgebra con Aplicaciones. Editorial Oxford.
- Ruiz, L. Concepciones de los alumnos de Secundaria sobre la noción de función: análisis epistemológico y didáctico / Luisa Ruiz Higuera.
- Suárez, L.; Flores, C.; Gómez, A.; Licona, R. (2005). *Uso de las gráficas a través de actividades de modelación matemática con calculadoras y dispositivos transductores*. Resumen del taller aprobado para su presentación en el Quinto Encuentro de Tecnología Educativa del IPN. Consultado en [http://www.te.ipn.mx/quintoencuentro/registro/taller\\_opc\\_ins.asp](http://www.te.ipn.mx/quintoencuentro/registro/taller_opc_ins.asp) el 16 de agosto de 2006.
- Testa (2004)
- Torres, A. (2004). La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología. Tesis de Maestría no publicada del Programa de Matemática Educativa, CICATA-IPN.
- Zill, D. (1987). Cálculo con Geometría Analítica. Grupo Editorial Iberoamericano.

## Variaciones simultáneas de primer y segundo órdenes y simulación con transductores: Una innovación del uso de las gráficas en el Bachillerato.

Claudia Flores Estrada

CECyT 5, CICATA-IPN, Colegio de Bachilleres, México

[cfloreses@ipn.mx](mailto:cfloreses@ipn.mx)

Claudia Flores Estrada

CECyT "Benito Juárez García" No. 5, CICATA-IPN, Colegio de Bachilleres, México.

Dirección: Unidad Habitacional Margarita Maza de Juárez. Andador Florencia Nighthingale 103 Depto: 102

Teléfono. 0445519280013 Casa: 56002103

[claudia.mo@gmail.com](mailto:claudia.mo@gmail.com), [montflores@yahoo.com](mailto:montflores@yahoo.com)

### Equipo:

Una computadora con cañón de proyección. La computadora sea de preferencia Pentium 4, con unidad de disco compacto. Se va a trabajar el software: Power Point, Winzip, Windows Media Player.

## **Currículum**

**Claudia Flores Estrada** es profesora de nivel medio superior en el Instituto Politécnico nacional y en el Colegio de Bachilleres. Dentro de unas semanas pasará a engrosar las listas de Maestros en Ciencias con que cuentan estas instituciones.

Ha contribuido en el mejoramiento del estudio de las matemáticas en el nivel medio superior a través de su participación en proyectos innovadores.

En diseño de materiales educativos, es coautora del Paquete Didáctico de Cálculo Diferencial y ha utilizado de manera sistemática los Paquetes Didácticos de Álgebra, Geometría y Trigonometría, Geometría Analítica, Cálculo Diferencia, Cálculo Integral e Probabilidad y Estadística.

En formación docente, ha participado en el diseño, instrumentación y evaluación de cursos, talleres y seminarios con diversos propósitos como proponer ambientes donde los profesores experimenten las situaciones de aprendizaje en la forma en que queremos que los alumnos las vivan, adquirir conocimientos y habilidades para planear, instrumentar y evaluar actividades de aprendizaje, incorporar las nuevas tecnologías en un aprendizaje que potencia la comprensión, diversificando la gama de experiencias de aprendizaje, particularmente en ambientes virtuales de aprendizaje.

También ha participado en el Seminario Repensar las Matemáticas, un seminario que promueve la utilización sistémica de los resultados de investigación permitiendo formar la base de módulos de resultados de investigación educativa, especialmente diseñado para los docentes en la modalidad de videoconferencia.

Proyecto de investigación:

El seguimiento de paquete didáctico de Geometría y Trigonometría de la Academia Institucional de Matemáticas.

“Hacia un modelo del profesor de matemáticas a partir de consideraciones socioepistemológicas”. Con número de registro SIP 20071599

Actualmente forma parte de la Red de Investigación e Innovación en educación Estadística y Matemática Educativa.